

ההבדל בין אינטגרל מסוים לבין שטח

נושא השיעור: אינטגרלים
כיתה: יא'

רמת לימוד: 5 יח"ל
סוג האירוע: שגיאה

המשימה המתמטית

נתון: הפונקציה $g''(x) = -\frac{18}{x^4} + \frac{18}{(x-4)^4}$ היא פונקציית הנגזרת השנייה של הפונקציה $g(x)$.

הפונקציות $g''(x)$, $g'(x)$, $g(x)$ מוגדרות באותו תחום.

נתון כי משוואת המשיק לפונקציה $g(x)$ בנקודת הפיתול שלה היא $y = \frac{3}{2}x - 3$.

א. (1) מצא את הפונקציה $g(x)$.

(2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(3) מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $g(x)$.

(4) שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. נגדיר: $h(x) = |g(x)|$.

באותה מערכת צירים שבה סרטטת סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, הוסף בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.

ג. נתון כי: $\int_a^2 g(x)dx = t$, $0 < a < 2$, t הוא פרמטר.

הבע באמצעות t את $\int_a^2 (h(x) - g(x))dx$.

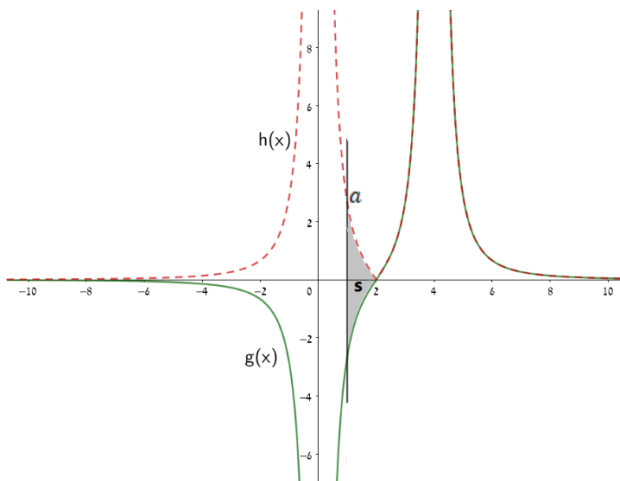
בפתרון בסעיף ג אצל מספר תלמידים המורה מבחינה בשגיאה. היא מבקשת מאחת התלמידות ששגו לגשת ללוח ולהציג את הפתרון שלה.

יעל: נתון ש- $h(x) = |g(x)|$ ונתון ש-

$\int_a^2 g(x)dx = t$ (מציגה את הסרטוט של הפונקציות

מסעיף ב' על הלוח). זו הסקיצה של $h(x)$ ו- $g(x)$ באותה מערכת צירים. התבקשנו לחשב את האינטגרל

$\int_a^2 (h(x) - g(x))dx$, אז נוסף לסקיצה את הישר $x = a$ כדי לראות את השטח המבוקש:



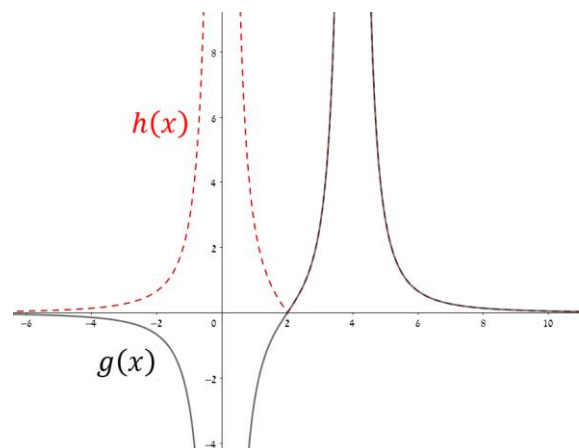
תיאור האירוע

תרגול שאלת בגרות משאלון 581 מועד חורף 2019 בנושא חקירה ואינטגרל של פונקציית מנה.

המורה מבקשת מהתלמידים לפתור בעצמם את השאלה לפני שיפתרו אותה יחד על הלוח.

היא מסתובבת בין התלמידים בעת התרגול ורואה שמצאו נכון את הביטוי של הפונקציה

$g(x) = -\frac{3}{x^2} + \frac{3}{(x-4)^2}$ וסרטטו את הסקיצות הבאות:



תלמידים: שבתחום זה מתקיים $h(x) = -g(x)$
כיוון ש- $h(x) = |g(x)|$.

המורה: כיצד זה משפיע על הפתרון שלנו?

רועי: שאפשר לכתוב את האינטגרל ככה:

$$\begin{aligned}\int_a^2 (h(x) - g(x))dx &= \int_a^2 (-g(x) - \\ &g(x))dx = \int_a^2 (-2g(x))dx = \\ &-2 \int_a^2 (g(x))dx\end{aligned}$$

ולקבל: $\int_a^2 (h(x) - g(x))dx = -2t$
המורה: יפה מאוד!

$$\int_a^2 h(x)dx = \int_a^2 g(x)dx$$

כיוון שהשטח בין גרף הפונקציה $h(x)$ לבין ציר ה- x הוא שיקוף של השטח בין ציר x לבין גרף הפונקציה $g(x)$ בגבולות אלה, אז השטחים שווים, ולכן $\int_a^2 (h(x) - g(x))dx = 2 \int_a^2 g(x)dx = 2t$.

המורה: מה זה t ? בואו נתבונן שוב באינטגרל הנתון - $\int_a^2 g(x)dx = t$ בתחום $0 < a < 2$. היכן נמצאת הפונקציה $g(x)$?

מיכל: בתחום זה גרף הפונקציה $g(x)$ נמצא מתחת לציר x , ולכן הפונקציה היא שלילית.

המורה: מה זה אומר לגבי הפונקציה $h(x)$?