

הוספת משפט הפוך חדש למשפט נלמד בגאומטריה

רמת לימוד: 5 יח"ל
סוג האירוע: בקשה להרחבה

נושא השיעור: גיאומטריה
כיתה: יא'

המשימה המתמטית

הוכיחו את המשפט: אם במעגל שני מיתרים נחתכים אז מכפלת קטעי מיתר אחד שווה למכפלת קטעי המיתר השני.

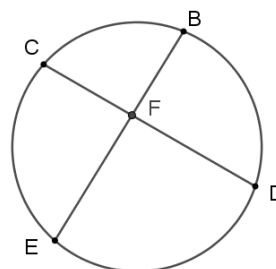
תיאור האירוע

שיעור גאומטריה בנושא: משפטים על פרופורציות במעגל.

המורה משרטטת את האירוע המתאים למשפט ומוכיחה את המשפט יחד עם התלמידים.

יואב: האם בעקבות משפט זה ניתן להוכיח שאם מרובע שאלכסוניו נחתכים מקיים את השיוון הנ"ל אז הוא בר חסימה במעגל?

המורה: אני לא מכירה משפט כזה, אבל בואו ננסה לבדוק את נכונות המשפט באמצעות סרטוט והוכחה.



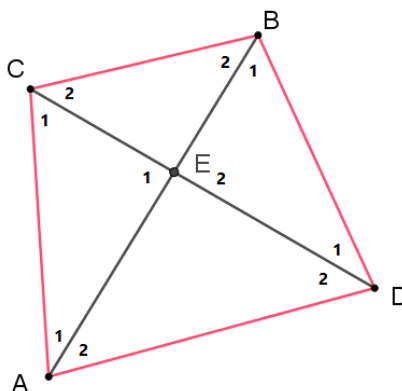
הוכחת המשפט ההפוך

נתון: $BCDE$ הוא מרובע שאלכסוניו נחתכים ומקיימים: מכפלת קטעי אלכסון אחד שווה למכפלת קטעי האלכסון האחר.

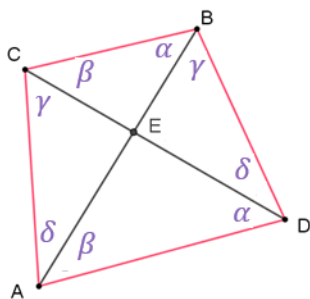
צריך להוכיח: המרובע $BCDE$ הוא בר חסימה במעגל.

הוכחה:

- לפי הנתון: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$
- משוויון זה נקבל את השוויון הבא $\frac{AE}{CE} = \frac{ED}{EB}$



- $\angle AED = \angle CEB$ (זוויות קודקודיות שוות)
- לכן, $\triangle DAE \sim \triangle BCE$, לפי משפט דמיון צ.ז.צ.
- לכן, $\angle D_2 = \angle B_2 = \alpha$
- וגם, $\angle A_2 = \angle C_2 = \beta$
- באופן דומה,
- לפי הנתון: $AE \cdot EB = CE \cdot ED$
- משוויון זה נקבל את השוויון הבא $\frac{AE}{DE} = \frac{CE}{EB}$
- $\angle AEC = \angle DEB$ (זוויות קודקודיות שוות)
- לכן, $\triangle CAE \sim \triangle BDE$, לפי משפט דמיון צ.ז.צ.
- לכן, $\angle C_1 = \angle B_1 = \gamma$
- וגם, $\angle A_1 = \angle D_1 = \delta$



נשווה את סכום כל הזוויות במרובע זה ל 360° :

$$2\alpha + 2\beta + 2\gamma + 2\delta = 360^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 180^\circ \text{ לפיכך}$$

כלומר, קיבלנו ש- $\angle A + \angle B = 180^\circ$ (וכך גם $\angle C + \angle D = 180^\circ$).

אם כן, הוכחנו שסכום זוויות נגדיות במרובע זה הוא 180° ולכן המרובע הזה הוא בר חסימה במעגל. מ.ש.ל.