

השוואת הנגזרת לערך הפונקציה בנקודת הקיצון

רמת לימוד: 4 יח"ל
סוג האירוע: שגיאה

נושא השיעור: חקירת פונקציה מעריכית
כיתה: יב'

המשימה המתמטית

$$h(x) = \frac{1 + \ln x}{ax}$$

נתונה הפונקציה $y = 5$ משיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון היחידה שלה. מצאו את a .

תיאור האירוע

מרתון חזרה לבגרות. (יום לפני בחינת הבגרות) התלמידים עובדים בתחנות לפי נושאים. כל תלמיד בוחר את התחנה בנושא עליו הוא מעוניין לחזור. ערן עובד בתחנה בנושא: פונקציות מעריכיות.

ערן: אני לא מבין למה אני לא מצליח לפתור את השאלה.

המורה מסתכל במחברת של ערן ורואה את הפתרון הבא:

$$h(x) = \frac{1 + \ln x}{ax}$$

נסמן:

$$f(x) = 1 + \ln x$$

$$f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$g(x) = ax$$

$$g'(x) = a$$

$$h'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot ax - a(1 + \ln x)}{(ax)^2} = \frac{a - a(1 + \ln x)}{a^2 x^2}$$

$$h'(x) = \frac{1 - 1 - \ln x}{ax^2} = -\frac{\ln x}{ax^2}$$

נציב $h'(x) = 5$ ונפתור:

$$-\frac{\ln x}{ax^2} = 5$$

$$-\ln x = 5ax^2$$

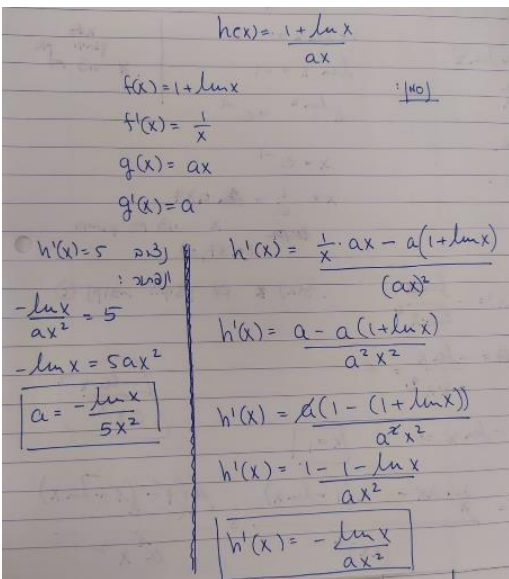
$$a = \frac{-\ln x}{5x^2}$$

המורה מבקש מערן שיסביר את הפתרון שלו.

ערן: נתון שהישר המשיק עובר בנקודת הקיצון של הפונקציה, ולמדנו שכדי למצוא נקודת קיצון עושים נגזרת. נתון גם ששיעור ה- y של נקודת הקיצון הוא 5, לכן גזרתי את הפונקציה והשוויתי ל-5.

מורה: תסביר לי, בבקשה, מה למדנו על נקודות קיצון? מה מיוחד בהן? ומה אתה עשית?

צילום הפתרון מהמחברת



המורה יושב עם ערן ומסייע לו להבחין בשגיאה באמצעות שאלות מנחות:

לפי הנתון, $y = 5$ הוא המשיק לפונקציה. מה אפשר לומר על השיפוע של משיק זה? אם שיפוע המשיק הוא אפס, מה זה אומר על הנגזרת $h'(x)$? אם כן, מה משמעות השוואת הנגזרת ל-5 לגבי השיפוע בנקודה?

לאחר שסיים להסביר לערן באופן פרטני, הוא פונה להתייחס לשאלה שלו במליאה ופותר את המשימה נכונה על הלוח.