

מציאת סוג קיצון כאשר הפרמטרים אינם ידועים

רמת לימוד: 5 יח"ל
סוג האירוע: גישוש ופתרון מקורי

נושא השיעור: חקירת פונקציית פולינום עם פרמטרים

כיתה: י'

המשימה המתמטית

נתונה הפונקציה: $f(x) = m^2x^3 + mx^2 - 5x$, $m > 0$.
הביעו באמצעות הפרמטר m את נקודות הקיצון של הפונקציה וכתבו את סוגן.

תיאור האירוע

תרגול בכיתה של מציאת סוג נקודות הקיצון עבור פונקציית פולינום ללא מציאת פרמטר הפונקציה.

המורה גוזרת יחד עם התלמידים את הפונקציה:

$$f'(x) = 3m^2x^2 + 2mx - 5$$

משווים לאפס ומוצאים את שיעור ה- x של נקודות

$$\text{הקיצון: } x_1 = \frac{1}{m}, \quad x_2 = \frac{-5}{3m}$$

המורה מסרטטת טבלה על הלוח, כדי לבדוק שהנקודות החשודות כקיצון הן אכן נקודות קיצון וכדי למצוא את סוגן.

x		$\frac{-5}{3m}$		$\frac{1}{m}$	
f'		0		0	
f					

יוסי: איך אפשר למצוא נקודות חשודות לקיצון, אם לא יודעים מה הערך של הפרמטר m ?

לפני שהמורה מספיקה לענות שירה מציעה:

שירה: מכיוון שהנגזרת היא פונקציה ריבועית, והמקדם של x^2 הוא $3m^2$, שזה ביטוי חיובי (נתון ש- $m > 0$), מדובר בפרבולה בעלת נקודת מינימום. לכן אפשר לצייר סקיצה של פונקציית הנגזרת, ובהתאם לתחומי החיוביות והשליליות של גרף פונקציית הנגזרת לדעת מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה המקורית.

המורה מצגיגה על הלוח את הפתרון לפי הדרך של שירה, ולאחר מכן מציעה לפתור בעזרת הטבלה.

אורי (מתפרץ לדברי המורה): איך אפשר למצוא את סוג הקיצון אם הפרמטרים לא ידועים? צריך למצוא קודם את הפרמטר.

המורה: הפרמטר m חיובי, $x_1 = \frac{-5}{3m}$ הוא מספר

שלילי ו- $x_2 = \frac{1}{m}$ הוא מספר חיובי.

[חוזרת לטבלה המופיעה על הלוח] לכן בטבלה נמקם

את $\frac{-5}{3m}$ משמאל ל- $\frac{1}{m}$.

נעזר בנתון ש: $m > 0$ בשביל להציב ערכים מתאימים

בטבלה. למשל, מימין לערך- $\frac{1}{m}$ ניתן לכתוב את הערך

$\frac{2}{m}$ הגדול ממנו. נמשיך להציב כך ערכים בטבלה:

x	$\frac{-6}{3m}$	$\frac{-5}{3m}$	0	$\frac{1}{m}$	$\frac{2}{m}$
f'		0		0	
f					

המורה: ניתן לקבוע לגבי כל נקודה חשודה את סוגה, גם בלי למצוא את ערכו של הפרמטר m .

למשל, עבור $x = \frac{2}{m}$:

$$f'\left(\frac{2}{m}\right) = 3m^2\left(\frac{2}{m}\right)^2 + 2m\left(\frac{2}{m}\right) - 5 = 12 + 4 - 5 = 11$$

קיבלנו ש $f'\left(\frac{2}{m}\right) > 0$ עבור כל m שונה מ-0. גם אם היה מתקבל ביטוי עם פרמטר (ולא מספרי כמו כאן), היינו יכולים לדעת אם ביטוי זה חיובי או שלילי, לפי הנתון $m > 0$.