

פסילת פתרון במשוואה

נושא השיעור: מספרים מרוכבים
כיתה: יב'

רמת לימוד: 5 יח"ל
סוג האירוע: עמידה בפני שני טיעונים מתחרים-
סותרים

המשימה המתמטית

שאלת בגרות במספרים מרוכבים, חורף 2015

א. פתור את המשוואה $|z|i + 2z = \sqrt{3}$

z הוא מספר מרוכב.

ב. המספר המרוכב z_1 הוא הפתרון של המשוואה שבסעיף א'.

z_1 הוא קודקוד הראש של משולש שווה שוקיים, החסום במעגל שמרכזו בראשית הצירים. z_2 ו- z_3 הם שני הקודקודים האחרים של המשולש.

נתון: $z_2 = 1$.

המספר המרוכב w מקיים $w = z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$.

חשב את הסכום

$$w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{4n}$$

n הוא מספר טבעי.

תיאור האירוע

התלמידים מתבקשים לפתור את המשימה בעצמם. לאחר מכן המורה פותר את הבעיה יחד עם התלמידים על הלוח: נסמן $z = x + yi$ כאשר x, y ממשיים.

$$\sqrt{x^2 + y^2} \cdot i + 2(x + yi) = \sqrt{3}$$

$$2x + (\sqrt{x^2 + y^2} + 2y) \cdot i = \sqrt{3} + 0 \cdot i$$

משוואת החלק המדומה:

$$\sqrt{x^2 + y^2} + 2y = 0$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = -2y$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} = -2y / ()^2$$

$$x^2 + y^2 = 4y^2$$

לאחר הצבת x נקבל:

$$\frac{3}{4} = 3y^2 /: 3$$

$$y = \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

השוואת החלק הממשי:

$$2x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

ספיר: $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ולכן $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$.

אורן: יש שני ערכים אפשריים ל- y , ולכן יש שני פתרונות למשוואה. הפתרון השני מתקבל כאשר $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

ספיר: יש לפסול את האפשרות ש- y שלילי. בהשוואת החלק המדומה, הביטוי $\sqrt{x^2 + y^2}$ שווה ל- $-2y$ לאחר העברת אגפים. ידוע כי הביטוי $\sqrt{x^2 + y^2}$ הוא ביטוי חיובי, כלומר הביטוי $-2y$ גם חיובי, ולכן, כדי שהערך של y יקיים את המשוואה, הוא צריך להיות שלילי.